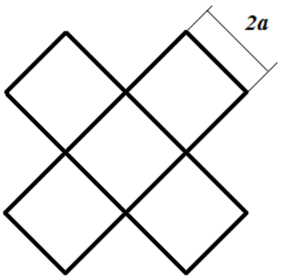
Шәһәр күләмендә математика фәненнән татар телендә үткәрелә торган олимпиаданың мәктәп этабы биремнәре
2022-2023 нче уку елы
11 нче сыйныф

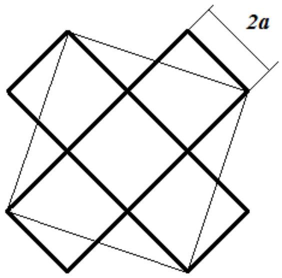
Гомуми балл – 25

1 мәсьәлә. Бер-бер артлы рәттән язылган сигез бертәрле цифрлар арасына нинди арифметик гамәлләр өстәсәң, 1000 саны килеп чыга? (*5 балл)*
Чишелеш. Бер үк цифрдан торган 8 сан рәтен язабыз, мәсәлән 2-леләр булсын - 2 2 2 2 2 2 2 2. Алар арасына арифметик гамәлләр өстибез (2 2 2 2 – 2 2 2) : 2 = 1000 (2-леләр урынына теләсә нинди цифр куйсаң да була).
Җавап: (2 2 2 2 – 2 2 2) : 2 = 1000, бер үк булган цифрлардан торган дүрт урынлы саннан өч урынлы санны алып, шул ук цифрдан ясалган санга бүләсе.

2 мәсьәлә. Укчылар төркеме ярышка кунакка килгән. Кунакка килгәннәр командасына җирле бер укчы күчсә, алар җирлеләрдән өч тапкырга күбрәк булыр иде, ә кунакларның берсе җирле укчылар командасына күчсә, ике команданың да укучылар саны бер үк булыр иде. Күпме кунак килгән һәм ничә укучы кунакларны каршы алган? (*5 балл)*
Чишелеш. Кунаклар санын *y* дип, ә каршы алучылар санын *x* дип алсак, ике тигезләмә яза алабыз:
$x - 1 = (y + 1)/3$, $y - 1 = x + 1$;
Тигезләмәләрнең чишелешен табабыз: $y = x + 2$, $3x - 3 = x + 2 + 1$; $2x = 3 + 2 + 1$, $x = 3$, $y = x + 2 = 3 + 2 = 5$.
Җавап: Кунаклар саны $y = 5$, ә каршы алучылар саны $x = 3$.



3 мәсьәлә. 5 бертигез квадратлардан торган фигураны кисәкләргә бүлгәч, шул кисәкләрдән квадрат яисә турыпочмаклы дүртпочмак ясап буламы? (*5 балл)*
Чишелеш. Рәсемдә күрсәтелгәнчә кискәләгәч $20a^2$ зурлыктагы квадрат ясап була, яклары 4a һәм 5a булган дүртпочмак та мөмкин.
Җавап: Яклары $2\sqrt{5}a$ булган квадрат һәм 4a х 5a яклы дүртпочмак.



4 мәсьәлә. Бердән алып n-га кадәр так саннар бирелгән, шул n так саннарның квадратлары суммасын табыгыз: $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \ldots + (2n - 1)^2 = ?$ (*5 балл)*
Чишелеш. $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 9^2 \ldots + (2n - 1)^2 = [1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + \ldots + (2n)^2] – [2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 10^2 + 12^2 + 14^2 + 16^2 \ldots + (2n)^2] =$
$= [2n\cdot(2n + 1)\cdot(4n + 1)]/6 - 4[n\cdot(n + 1)\cdot(2n + 1)]/6 = [n\cdot(2n - 1)\cdot(2n + 1)]/3$
Димәк . $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 9^2 \ldots + (2n - 1)^2 = [n\cdot(2n - 1)\cdot(2n + 1)]/3$.
Җавап: $[n\cdot(2n - 1)\cdot(2n + 1)]/3$.

5 мәсьәлә. Sin(nx) = 2Sin(x)Cos(n - 1)x + Sin(n - 2)x тигез булуын исбатлагыз. (*5 балл)*
Чишелеш. Sin nx = Sin[(n-1)x +x] = Sin(n-1)x Cos x + Cos(n-1)x Sin x = Sin x Cos(n-1)x + Sin(n-2)x + Sin(x)Cos(n-1)x = 2Sin x Cos(n-1)x + Sin(n-2)x.
Җавап: Sin nx = 2Sin(x)Cos((n-1)x) + Sin((n-2)x)